

Mathématiques

Licence 1 - Semestre 1

Exercices d'entraînement

Feuille 6

Enoncés

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes.

(a) $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$

(b) $\int_2^3 \frac{1}{t \ln(t)} dt$

(c) $\int_1^3 x^3 \ln(x) dx$ (à l'aide d'une intégration par partie)

(d) $\int_{1/2}^1 \frac{1}{x(1+x)} \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) dx$ (à l'aide du changement de variable $u = \frac{x}{x+1}$)

(e) $\int_{-1}^1 |x^2 - x| dx$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $[0; 3]$ par $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \in [0; 1] \\ x & \text{si } x \in]1; 2[\\ 0 & \text{si } x = 2 \\ -2x + 5 & \text{si } x \in]2; 3] \end{cases}$

Calculer $\int_0^3 f(t) dt$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $[1; 2]$ par $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \in [1; \sqrt{2}[\\ 2x - 2 & \text{si } x \in [\sqrt{2}; \sqrt{3}[\\ 3x - 3 & \text{si } x \in [\sqrt{3}; 2[\\ 4 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

Calculer $\int_1^2 f(t) dt$.

Exercice 4

1. Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que $\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{a}{x + 1} + \frac{b}{x - 1}$.
2. En déduire la valeur de $\int_2^3 \frac{dt}{t^2 - 1}$.

Exercice 5

1. Déterminer les réels a , b et c tels que $\frac{x^2 - 6x - 17}{(x - 2)(x + 3)^2} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 3} + \frac{c}{(x + 3)^2}$.
2. En déduire $I = \int_0^1 \frac{x^2 - 6x - 17}{(x - 2)(x + 3)^2} dx$.