

Mathématiques

Licence 1

TD 9

Enoncés

Semestre 1

Exercice 1

Les matrices suivantes sont-elles échelonnées?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2

Déterminer le rang des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \text{ et } F = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \\ -4 & -2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Exercice 3

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

Calculer $(3A - B) \times C$.

Exercice 4

On considère les matrices à coefficients réels suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ et } E = (1 \quad -1 \quad 0).$$

Calculer (lorsque c'est possible) les expressions suivantes :

$A \times B$, $B \times A$, $C \times D$, $C \times B$, $C \times E$, A^2 , B^2 et ${}^tC \times {}^tB$.