Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Statistiques

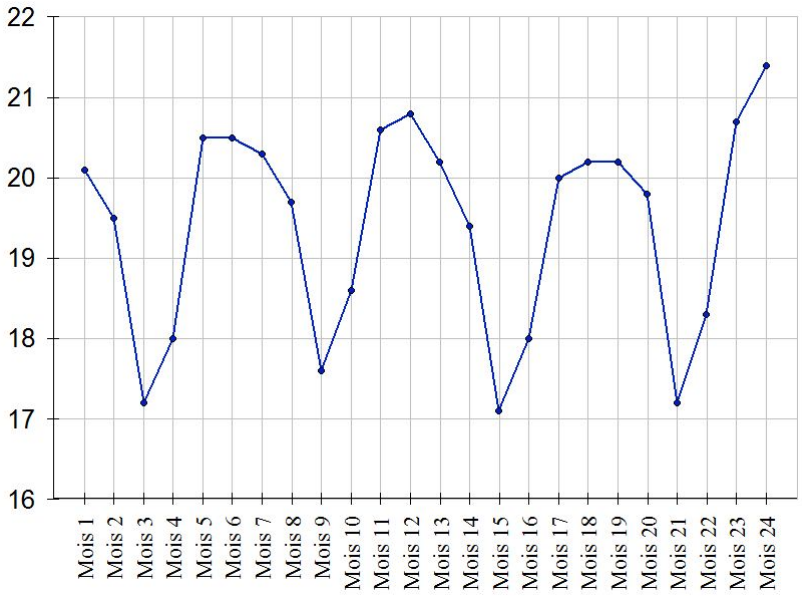
Licence 1 - Semestre 1

Exercices d'entrainement **Feuille 5** **Corrigés**

Attention : Il existe plusieurs méthodes pour obtenir des écarts ou coefficients saisonniers.
- en utilisant les moyennes saisonnières et la moyenne générale (méthode exercice 2)
- en utilisant les écarts de la série avec la droite de régression linéaire
- en utilisant les écarts de la série avec les moyennes mobiles (méthode exercice 1)

Correction 1

1. Graphique :



On remarque un périodicité annuelle soit toutes les 6 valeurs.

La suite des prix est notée (p_i). La suite des dates est notée (t_i). On considère que c'est une suite numérique avec $t_1 = 1$ et $t_{i+1} = t_i + 1$.

2. (a) Rappels :

   • La droite de régression de p en t est la droite qui passe par le point moyen et de coefficient directeur $\dfrac{\text{cov}\,(t,p)}{V(t)}$.

L'équation de cette droite est : $y = \dfrac{\text{cov}\,(t,p)}{V(t)}(x - E(t)) + E(p)$.

• $\text{cov}\,(t,p) = E(tp) - E(t)E(p)$ où $E(Z)$ désigne la moyenne arithmétique de Z.

• $V(t) = E(t^2) - E(t)^2$

Mois	t_i	p_i	t_i^2	p_i^2	$t_i \times p_i$
Janvier	1	20,1	1	404,01	20,1
Mars	2	19,5	4	380,25	39
Mai	3	17,2	9	295,84	51,6
Juillet	4	18	16	324	72
Septembre	5	20,5	25	420,25	102,5
Novembre	6	20,5	36	420,25	123
Janvier	7	20,3	49	412,09	142,1
Mars	8	19,7	64	388,09	157,6
Mai	9	17,6	81	309,76	158,4
Juillet	10	18,6	100	345,96	186
Septembre	11	20,6	121	424,36	226,6
Novembre	12	20,8	144	432,64	249,6
Janvier	13	20,2	169	408,04	262,6
Mars	14	19,4	196	376,36	271,6
Mai	15	17,1	225	292,41	256,5
Juillet	16	18	256	324	288
Septembre	17	20	289	400	340
Novembre	18	20,2	324	408,04	363,6
Janvier	19	20,2	361	408,04	383,8
Mars	20	19,8	400	392,04	396
Mai	21	17,2	441	295,84	361,2
Juillet	22	18,3	484	334,89	402,6
Septembre	23	20,7	529	428,49	476,1
Novembre	24	21,4	576	457,96	513,6
Somme	300	465,9	4 900	9 083,61	5 844,1
Moyenne	12,5	19,4125	204,1667	378,4837	243,5042

$V(t) \sim 204,16 - (12,5)2 \sim 47,91$

$\text{cov}\,(t,p) \sim 243,5 - 12,5 \times 19,4125 \sim 0,848$

$a = \dfrac{\text{cov}\,(t,p)}{V(t)} \sim 0,017$ et $b = E(p) - a \times E(t) \sim 19,41 - 0,017 \times 12,5 \sim 19,2$

Remarque : le coefficient de corrélation linéaire vaut environ $0,09$ qui est très éloigné de -1 et de 1.

(b) Puisque la périodicité est 6, il faut utiliser une moyenne mobile centrée de longueur 7. Les extrêmes sont comptés en demi.

Pour juillet 2014 : $\dfrac{\frac{1}{2}20,1 + 19,5 + 17,2 + 18 + 20,5 + 20,5 + \frac{1}{2}20,3}{6} \sim 19,3166.$

Cela nous donne le tableau suivant :

	Mois	p_i	MMC_6	Ecart additif	Coeff multiplicatif
2014	Janvier	20,1			
	Mars	19,5			
	Mai	17,2			
	Juillet	18	19,3167	-1,3167	0,9318
	Septembre	20,5	19,35	1,15	1,0594
	Novembre	20,5	19,4	1,1	1,0567
2017	Janvier	20,3	19,4833	0,8167	1,0419
	Mars	19,7	19,5417	0,1583	1,0081
	Mai	17,6	19,575	-1,975	0,8991
	Juillet	18,6	19,5917	-0,9917	0,9494
	Septembre	20,6	19,5583	1,0417	1,0533
	Novembre	20,8	19,4917	1,3083	1,0671
2016	Janvier	20,2	19,4	0,8	1,0412
	Mars	19,4	19,3	0,1	1,0052
	Mai	17,1	19,2	-2,1	0,8906
	Juillet	18	19,15	-1,15	0,9399
	Septembre	20	19,1833	0,8167	1,0426
	Novembre	20,2	19,225	0,975	1,0507
2017	Janvier	20,2	19,2583	0,9417	1,0489
	Mars	19,8	19,3417	0,4583	1,0237
	Mai	17,2	19,5	-2,3	0,8821
	Juillet	18,3			
	Septembre	20,7			
	Novembre	21,4			

3. (a) On détermine pour chacun des (6) mois la moyenne des écarts additifs. On soustrait à ces moyennes leur moyenne de façon à obtenir une moyenne d'écarts nulle.

	Moyenne des écarts	Ecarts saisonniers retenus
Janvier	0,85278	0,862
Mars	0,23889	0,2481
Mai	-2,125	-2,1157
Juillet	-1,15278	-1,1435
Septembre	1,00278	1,012
Novembre	1,12778	1,137
Moyenne	-0,00925	

(b) La série corrigée des écarts saisonniers ainsi calculés est obtenue en soustrayant l'écart saisonnier à la série originale.

	Mois	t_i	p_i	Ecarts saisonniers	Série corrigée ca_i
2014	Janvier	1	20,1	0,862	19,24
	Mars	2	19,5	0,2481	19,25
	Mai	3	17,2	-2,1157	19,32
	Juillet	4	18	-1,1435	19,14
	Septembre	5	20,5	1,012	19,49
	Novembre	6	20,5	1,137	19,36
2017	Janvier	7	20,3	0,862	19,44
	Mars	8	19,7	0,2481	19,45
	Mai	9	17,6	-2,1157	19,72
	Juillet	10	18,6	-1,1435	19,74
	Septembre	11	20,6	1,012	19,59
	Novembre	12	20,8	1,137	19,66
2016	Janvier	13	20,2	0,862	19,34
	Mars	14	19,4	0,2481	19,15
	Mai	15	17,1	-2,1157	19,22
	Juillet	16	18	-1,1435	19,14
	Septembre	17	20	1,012	18,99
	Novembre	18	20,2	1,137	19,06
2017	Janvier	19	20,2	0,862	19,34
	Mars	20	19,8	0,2481	19,55
	Mai	21	17,2	-2,1157	19,32
	Juillet	22	18,3	-1,1435	19,44
	Septembre	23	20,7	1,012	19,69
	Novembre	24	21,4	1,137	20,26

(c) On étudie les séries (t_i) et (ca_i). $E(ca) \sim 19,41$ $\text{cov}\,(t, ca) \sim 0,461$ $V(t) \sim 47,91$
$a = \dfrac{\text{cov}\,(t, ca)}{V(t)} \sim 0,0096$ $b = E(ca) - a \times E(t) \sim 19,41 - 0,0096 \times 12,5 \sim 19,29$
La tendance pour 2018 correspond à la droite $y = ax + b$ avec x qui prend successivement les valeurs 25, 26, 27, 28, 29 et 30. Puis on corrige en additionnant les écart saisonniers.

Ce qui donne :

	Mois	ti	Avec la droite	Ecarts saisonniers	Prévisions
2018	Janvier	25	19,53	0,862	20,39
	Mars	26	19,54	0,2481	19,79
	Mai	27	19,55	-2,1157	17,44
	Juillet	28	19,56	-1,1435	18,42
	Septembre	29	19,57	1,012	20,58
	Novembre	30	19,58	1,137	20,72

4. (a) On détermine pour chacun des (6) mois la moyenne des écarts multiplicatifs.

	Moyenne des coefficients = coeffs saisonniers retenus
Janvier	1,04402
Mars	1,01233
Mai	0,89059
Juillet	0,94039
Septembre	1,05175
Novembre	1,05818

(b) La série corrigée des coefficients saisonniers ainsi calculés est obtenue en divisant la série originale par le coefficient saisonnier.

	Mois	t_i	p_i	Ecarts saisonniers	Série corrigée cm_i
2014	Janvier	1	20,1	1,04402	19,25
	Mars	2	19,5	1,01233	19,26
	Mai	3	17,2	0,89059	19,31
	Juillet	4	18	0,94039	19,14
	Septembre	5	20,5	1,05175	19,49
	Novembre	6	20,5	1,05818	19,37
2017	Janvier	7	20,3	1,04402	19,44
	Mars	8	19,7	1,01233	19,46
	Mai	9	17,6	0,89059	19,76
	Juillet	10	18,6	0,94039	19,78
	Septembre	11	20,6	1,05175	19,59
	Novembre	12	20,8	1,05818	19,66
2016	Janvier	13	20,2	1,04402	19,35
	Mars	14	19,4	1,01233	19,16
	Mai	15	17,1	0,89059	19,2
	Juillet	16	18	0,94039	19,14
	Septembre	17	20	1,05175	19,02
	Novembre	18	20,2	1,05818	19,09
2017	Janvier	19	20,2	1,04402	19,35
	Mars	20	19,8	1,01233	19,56
	Mai	21	17,2	0,89059	19,31
	Juillet	22	18,3	0,94039	19,46
	Septembre	23	20,7	1,05175	19,68
	Novembre	24	21,4	1,05818	20,22

(c) On étudie les séries (t_i) et (cm_i).

$E(cm) \sim 19,419 \qquad \text{cov}\,(t, cm) \sim 0,434 \qquad V(t) \sim 47,91$

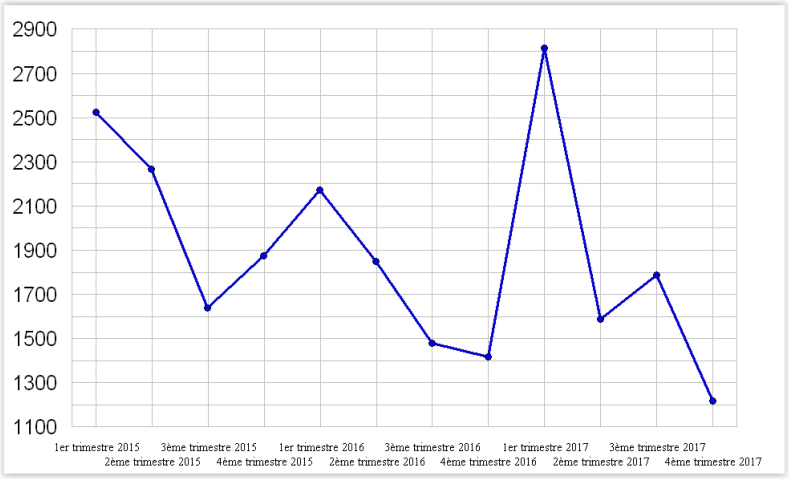
$a = \dfrac{\text{cov}\,(t, cm)}{V(t)} \sim 0,009 \qquad b = E(cm) - a \times E(t) \sim 19,419 - 0,009 \times 12,5 \sim 19,3$

La tendance pour 2018 correspond à la droite $y = ax + b$ avec x qui prend successivement les valeurs 25, 26, 27, 28, 29 et 30. Puis on corrige en multipliant pas les écart saisonniers. Ce qui donne :

	Mois	ti	Avec la droite	Ecarts saisonniers	Prévisions
2018	Janvier	25	19,31	1,04402	20,16
	Mars	26	19,53	1,01233	19,77
	Mai	27	19,54	0,89059	17,4
	Juillet	28	19,55	0,94039	18,39
	Septembre	29	19,56	1,05175	20,57
	Novembre	30	19,57	1,05818	20,71

Correction 2

1. Graphique :



   (a) On effectue les moyennes toutes les 4 valeurs consécutives. Cela correspond ici à une moyenne annuelle.

   Moyenne 2015 : 2076,5

   Moyenne 2016 : 1729,5

   Moyenne 2017 : 1851,5

   (b) On a le tableau :

	D_i	MMC_4
1er trimestre 2015	2 524	
2ème trimestre 2015	2 268	
3ème trimestre 2015	1 639	2 032,75
4ème trimestre 2015	1 875	1 936,88
1er trimestre 2016	2 174	1 864,63
2ème trimestre 2016	1 851	1 787,13
3ème trimestre 2016	1 478	1 809,75
4ème trimestre 2016	1 416	1 857
1er trimestre 2017	2 814	1 862,75
2ème trimestre 2017	1 589	1 876,38
3ème trimestre 2017	1 786	
4ème trimestre 2017	1 217	
Moyenne	1885,92	

2. (a) On détermine en premier lieu la moyenne générale et les moyennes saisonnières :

Moyenne générale : 1885,92

Moyenne 1er trimestre : $\dfrac{2524 + 2174 + 2814}{4} = 2504$

Moyenne 2ème trimestre : 1902,67

Moyenne 3ème trimestre : 1634,33

Moyenne 4ème trimestre : 1502,67

Coefficient saisonnier 1er trimestre : $\dfrac{2504}{1885,92} \sim 1,328$

Coefficient saisonnier 2ème trimestre : 1,089

Coefficient saisonnier 3ème trimestre : 0,867

Coefficient saisonnier 4ème trimestre : 0,797

(b) La série corrigée (Dc_i) s'obtient à partir de la série originale en divisant par les coefficients saisonniers correspondants :

	t_i	D_i	Coefficients	Dc_i
1er trimestre 2015	1	2 524	1,3277	1 900.98
2ème trimestre 2015	2	2 268	1,0089	2 248.03
3ème trimestre 2015	3	1 639	0,8666	1 891.3
4ème trimestre 2015	4	1 875	0,7968	2 353.21
1er trimestre 2016	5	2 174	1,3277	1 637.37
2ème trimestre 2016	6	1 851	1,0089	1 834.7
3ème trimestre 2016	7	1 478	0,8666	1 705.52
4ème trimestre 2016	8	1 416	0,7968	1 777.15
1er trimestre 2017	9	2 814	1,3277	2 119.4
2ème trimestre 2017	10	1 589	1,0089	1 575.01
3ème trimestre 2017	11	1 786	0,8666	2 060.93
4ème trimestre 2017	12	1 217	0,7968	1 527.39

(c) On étudie maintenant les séries (t_i) et (Dc_i) :

	t_i	Dc_i	t_i^2	Dc_i^2	$t_i \times Dc_i$
	1	1 900,98	1	3 613 724,58	1 900,98
	2	2 248,03	4	5 053 656,02	4 496,07
	3	1 891,3	9	3 577 022,13	5 673,91
	4	2 353,21	16	5 537 608,34	9 412,85
	5	1 637,37	25	2 680 991,44	8 186,87
	6	1 834,7	36	3 366 141,86	11 008,23
	7	1 705,52	49	2 908 791,47	11 938,63
	8	1 777,15	64	3 158 247,77	14 217,17
	9	2 119,4	81	4 491 842,65	19 074,57
	10	1 575,01	100	2 480 660,73	15 750,11
	11	2 060,93	121	4 247 433,9	22 670,23
	12	1 527,39	144	2 332 925,38	18 328,7
Somme	78	22 631	650	43 449 046,28	142 658,31
Moyenne	6,5	1 885,92	54,17	3 620 753,86	11 888,19

$\text{cov}\,(t, Dc) = E(t \times Dc) - E(t)E(Dc)$

$\text{cov}\,(t, Dc) \sim 11888,19 - 6,5 \times 1885,92 \sim -370,29$

$V(t) = E(t2) - E(t)2 \sim 54,17 - 6,52 \sim 11,92$

Si $y = ax + b$ est la droite de régression linéaire de Dc en t, on a :
$a = \dfrac{\text{cov}\,(t, Dc)}{V(t)} \sim -31$ (plus exactement $-31,07126$)
$b = E(Dc) - a \times E(t) \sim 1885,92 + 31 \times 6,5 \sim 2087$ (plus exactement $2087,87986$)

(d) On peut donc estimer les valeurs de la droite de régression pour les 4 valeurs de t suivantes. On applique ensuite le coefficient saisonnier pour obtenir la prévision.

	Par la droite	Prévision
13	1 683,95	2 235,85
14	1 652,88	1 667,56
15	1 621,81	1 405,46
16	1 590,74	1 267,47