

Statistiques

Licence 1 - Semestre 1

Exercices d'entraînement

Feuille 6

Corrigés

Correction 1

1. Salaire moyen en 2011 :

$$\frac{105 \times 1000 + 96 \times 1950 + 54 \times 2300}{105 + 96 + 54} = \frac{416400}{255} \approx 1632,94$$

Salaire moyen en 2013 :

$$\frac{221 \times 1050 + 21 \times 2300 + 10 \times 3500}{221 + 21 + 10} = \frac{315350}{252} \approx 1251,39$$

On remarque que le salaire moyen global a diminué alors que tous les salaires moyens ont augmenté : c'est l'effet de structure.

2. Le nombre $q_{a,i}$ désigne les quantités consommées du produit i l'année a .

Le nombre $p_{a,i}$ désigne le prix du produit i l'année a .

$$\text{Par définition, } L_P(a_2/a_1) = \frac{\sum_i (p_{a_2,i} \times q_{a_1,i})}{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_1,i})} \times 100.$$

et

$$L_Q(a_2/a_1) = \frac{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_2,i})}{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_1,i})} \times 100$$

Indice de Laspéyres des prix de 2013 par rapport à 2011

$$\text{Ici, } L_P(2013/2011) = \frac{\sum_{i=1}^3 (p_{2013,i} \times q_{2011,i})}{\sum_{i=1}^3 (p_{2011,i} \times q_{2011,i})} \times 100.$$

$$\begin{aligned} L_P(2013/2011) &= \frac{1050 \times 105 + 2300 \times 96 + 3500 \times 54}{1000 \times 105 + 1950 \times 96 + 2300 \times 54} \times 100 \\ &= \frac{520150}{416400} \times 100 \approx 124,89 \end{aligned}$$

$$3. \text{ Ici, } L_Q(2013/2011) = \frac{\sum_{i=1}^3 (p_{2011,i} \times q_{2013,i})}{\sum_{i=1}^3 (p_{2011,i} \times q_{2011,i})} \times 100.$$

$$\begin{aligned} L_Q(2013/2011) &= \frac{1000 \times 221 + 1950 \times 21 + 2300 \times 10}{1000 \times 105 + 1950 \times 96 + 2300 \times 54} \times 100 \\ &= \frac{284950}{416400} \times 100 \approx 68,43 \end{aligned}$$

Correction 2

1. Rappel : si $q_{a,i}$ désigne les quantités consommées du produit i l'année a et si $p_{a,i}$ désigne

le prix du produit i l'année a . Alors $P_P(a_2/a_1) = \frac{\sum_i (p_{a_2,i} \times q_{a_2,i})}{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_2,i})} \times 100$ et

$$P_Q(a_2/a_1) = \frac{\sum_i (p_{a_2,i} \times q_{a_2,i})}{\sum_i (p_{a_2,i} \times q_{a_1,i})} \times 100$$

Il nous faut donc connaître les prix et les quantités pour les deux années 2011 et 2013.

Indice des prix entre 2013 et 2011 sur une base 100 en 2011

$$\text{Video VHS : } \frac{104,7}{100,8} \times 100 \approx 103,9$$

$$\text{Cd : } \frac{103,9}{100,8} \times 100 \approx 103,1$$

$$\text{Dvd : } \frac{107,7}{100,9} \times 100 \approx 106,7$$

Les quantités de produits en partant d'une base 100 en 2011 sont d'un total de 150 en 2013 et la répartition est la suivante :

	2011	2013
Vidéo VHS	50	37,5
Cd	30	60
Dvd	20	52,5

$$\begin{aligned} P_P(2013/2011) &= \frac{\sum_{i=1}^3 (p_{2013,i} \times q_{2013,i})}{\sum_{i=1}^3 (p_{2011,i} \times q_{2013,i})} \times 100 \\ &\approx \frac{103,9 \times 37,5 + 103,1 \times 60 + 106,7 \times 52,5}{100 \times (37,5 + 60 + 52,5)} \times 100 \approx \frac{15684}{150} \approx 104,56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_Q(2013/2011) &= \frac{\sum_{i=1}^3 (p_{2013,i} \times q_{2013,i})}{\sum_{i=1}^3 (p_{2013,i} \times q_{2011,i})} \times 100 \\
 &\approx \frac{103,9 \times 37,5 + 103,1 \times 60 + 106,7 \times 52,5}{103,9 \times 50 + 103,1 \times 30 + 106,7 \times 20} \times 100 \approx \frac{15684}{10422} \times 100 \\
 &\approx 150,48
 \end{aligned}$$

$$2. P_P(a_2/a_1) = \frac{\sum_i (p_{a_2,i} \times q_{a_2,i})}{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_2,i})} \times 100 \text{ et}$$

$$L_Q(a_2/a_1) = \frac{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_2,i})}{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_1,i})} \times 100$$

$$\text{On a donc : } \frac{P_P(a_2/a_1) \times L_Q(a_2/a_1)}{10000} = \frac{\sum_i (p_{a_2,i} \times q_{a_2,i})}{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_1,i})}$$

$$\text{Ou encore } L_Q(a_2/a_1) = \frac{10000}{P_P(a_2/a_1)} \times \frac{\sum_i (p_{a_2,i} \times q_{a_2,i})}{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_1,i})}$$

$$\text{Ici } L_Q(2013/2011) = \frac{10000}{P_P(2013/2011)} \times \frac{150}{100} \approx \frac{150}{104,56} \times 100 \approx 143,46$$

Correction 3

1. Les tarifs de chaque groupe correspondent à des proportions ou des parts par rapport au budget total. Il s'agit des "quantités".

$$L_P(2010/2009) = \frac{\sum_{i=1}^5 (p_{2010,i} \times q_{2009,i})}{\sum_{i=1}^5 (p_{2009,i} \times q_{2009,i})} \times 100.$$

Pour tout i , $p_{2010,i} = p_{2009,i} \times \frac{\text{indice}_i}{100} = \text{indice}_i$ et on obtient :

$$\begin{aligned}
 L_P(2010/2009) &= 100 \times \frac{105 \times 510 + 112 \times 180 + 106 \times 110 + 115 \times 80 + 120 \times 55}{100 \times 510 + 100 \times 180 + 100 \times 110 + 100 \times 80 + 100 \times 55} \\
 &= 100 \times \frac{101170}{100 \times 935} \approx 108,2.
 \end{aligned}$$

2. De même que pour 2010, $L_P(2012/2009) = \frac{\sum_{i=1}^5 (p_{2012,i} \times q_{2009,i})}{\sum_{i=1}^5 (p_{2009,i} \times q_{2009,i})} \times 100.$

$$L_P(2012/2009) = \frac{510 \times 98 + 180 \times 108 + 110 \times 112 + 80 \times 120 + 55 \times 130}{510 + 180 + 110 + 80 + 55}$$

$$= \frac{98490}{935} \approx 105,3$$

3. On doit déterminer les indices de prix de 2013 par rapport à 2009 à partir des indices de 2012 par rapport 2009 et de 2013 par rapport à 2012.

Plus précisément on a :

$$I_{2013/2009} = I_{2013/2012} \times I_{2012/2009} \div 100.$$

On obtient :

Indice des prix	2012/2009	2013/2012	2013/2009
Crédits	98	98	96,04
Assurance	108	102	110,16
Carburant	112	105	117,6
Mécanique	120	110	132
Carrosserie	130	115	149,5

$$L_P(2013/2009) = \frac{\sum_{i=1}^5 (p_{2013,i} \times q_{2009,i})}{\sum_{i=1}^5 (p_{2009,i} \times q_{2009,i})} \times 100.$$

$$L_P(2013/2009) = \frac{510 \times 96 + 180 \times 110,2 + 110 \times 117,6 + 80 \times 132 + 55 \times 149,5}{510 + 180 + 110 + 80 + 55}$$

$$= \frac{100527}{935} \approx 107,51$$

4. Si $q_{a,i}$ désigne les quantités consommées du produit i l'année a et si $p_{a,i}$ désigne le prix

du produit i l'année a . Alors $P_P(a_2/a_1) = \frac{\sum_i (p_{a_2,i} \times q_{a_2,i})}{\sum_i (p_{a_1,i} \times q_{a_2,i})} \times 100.$

Etant donné que l'on ne connaît pas les quantités (ou parts) de chacune des catégories pour l'année 2010, on ne peut pas calculer l'indice de Paasche.

5. L'indice de Fisher est la moyenne géométrique de l'indice de Laspeyres et de l'indice de Paasche. Si on ne connaît pas l'un de ces deux derniers, on peut pas calculer l'indice de Fisher.