Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Mathématiques

Enoncés des exercices pour le devoir 1

Licence 1 **Série B** **2nd Semestre**

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\times]0;+\infty[$ par $f(x,y) = 2x(y^2+1)\ln(y)$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1.
2. Donner le ou les points critiques de f.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 et donner la matrice hessienne de f.
4. Etudier le ou les extrema locaux de f.

Exercice 2

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par $g(x,y) = 3x(e^{x^2} - e^y)$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 de g.
2. Donner le ou les points critiques de g.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 et donner la matrice hessienne de g.
4. Etudier le ou les extrema locaux de g.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2+1}$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1.
2. Donner le ou les points critiques de f.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 et donner la matrice hessienne de f.
4. Etudier le ou les extrema locaux de f.

Exercice 4

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*\times\mathbb{R}$ par $g(x,y) = x^2 - 6x + 4\ln(x+y^2)$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 de g.
2. Donner le ou les points critiques de g.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 et donner la matrice hessienne de g.

4. Etudier le ou les extrema locaux de g.

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par $f(x, y) = ye^{x^2+y}$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1.
2. Donner le ou les points critiques de f.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 et donner la matrice hessienne de f.
4. Etudier le ou les extrema locaux de f.

Exercice 6

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\times]-1; +\infty[$ par $g(x, y) = (x + y)\sqrt{y + 1} - x$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 de g.
2. Donner le ou les points critiques de g.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 et donner la matrice hessienne de g.
4. Etudier le ou les extrema locaux de g.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$ par $f(x, y) = (x - 1)\ln(y) - (y - 1)\ln(x)$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1.
2. Vérifier que le point $A(1, 1)$ est un point critique de f.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 et donner la matrice hessienne de f.
4. Etudier la nature du point A.

Exercice 8

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par $g(x, y) = (x - y)(e^{x-y} - 1)$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 de g.
2. Vérifier que le point $A(1, 1)$ est un point critique de g.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 et donner la matrice hessienne de g.
4. Etudier la nature du point A.