



Université de Picardie Jules Verne
UFR d'économie et de gestion

Mathématiques

Enoncés des exercices pour le devoir 2

Licence 1

Série B

2nd Semestre

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ par $f(x) = \sqrt{\cos x} \times \ln(1 + \sin x) - x$.

1. Donner un développement limité de f en 0 à l'ordre 3.

2. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^x \ln x}{x^2(x-1)}$.

1. Donner un développement limité de $\frac{e^x \ln x}{x^2}$ en 1 à l'ordre 3.

2. En déduire $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Exercice 3

1. Donner un développement limité de $\ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)$ en 0 à l'ordre 2 (on commencera par un D.L. de $\sin$ à l'ordre 3).

2. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos x - \sqrt{1-x^2}$.

1. Donner un développement limité de f en 0 à l'ordre 4.

2. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^4}$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x \times \sin(x) - x(x+1)$.

1. Donner un développement limité de f en 0 à l'ordre 3.

2. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$.

Exercice 6

1. Donner un développement limité de $\sqrt{1+x^3} - 1$ en 0 à l'ordre 3.
2. Donner un développement limité de $\sin(x - \sin x)$ en 0 à l'ordre 3.
3. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x - \sin x)}{\sqrt{1+x^3} - 1}$.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{1}{4}; +\infty\right[$ par $f(x) = \sqrt{1+4x} - \cos(2x) - \sin(2x)$.

1. Donner un développement limité de $f(x)$ en 0 à l'ordre 3.
2. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$.

Exercice 8

1. Donner un développement limité de $x(1 + \cos x) - 2 \tan x$ en 0 à l'ordre 3.
2. Donner un développement limité de $2x - \sin x - \tan x$ en 0 à l'ordre 3.
3. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + \cos x) - 2 \tan x}{2x - \sin x - \tan x}$.