



Université de Picardie Jules Verne
UFR d'économie et de gestion

Mathématiques

Licence 1 - Semestre 2

Exercices d'entraînement

Les nombres complexes

Enoncés

Exercice 1

Soient les complexes $z = 5 + 2i$ et $z' = 3 - i$.

Mettre sous forme algébrique les complexes suivants :

(a) $z + z'$

(b) $z \times z'$

(c) z^2

(d) $\frac{z}{z'}$

Exercice 2

Déterminer le module et l'argument puis la forme exponentielle des complexes suivants :

(a) $z_1 = 1 + i$

(b) $z_2 = 2 + 2i\sqrt{3}$

(c) $z_3 = -3$

(d) $z_4 = i\sqrt{2}$

Exercice 3

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

1. $Z_1 = (1 + i)(1 - 3i) + (1 + i)^3$.

2. $Z_2 = \frac{5 + 3i}{1 + 2i} + \frac{1 - 2i}{5 + 3i}$.

3. $z_3 = \left(\frac{1 + i}{2 - i}\right)^2 + \frac{1 - 7i}{4 + 3i}$

4. $Z_4 = \left(\frac{1 - i}{2 + i}\right)^4$.

Exercice 4

Ecrire les complexes suivants sous forme exponentielle :

1. $Z_1 = 3 + \sqrt{27}i$
2. $Z_2 = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i\sqrt{3}}$
3. $Z_3 = \frac{(1 - i\sqrt{3})^6}{(1 + i)^5}$
4. $Z_4 = \left(\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7} \right) \left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \right) (1 + i).$

Exercice 5

Déterminer les formes algébrique et trigonométrique du complexe $z = \frac{(1 - i)^{2000}}{(\sqrt{3} - i)^{999}}$.

Exercice 6

1. Déterminer les formes algébriques des racines carrées de $Z_1 = -3 + 4i$ et $Z_2 = 24 - 70i$.
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :
 - (a) $z^2 - 5z + 6 = 0$
 - (b) $z^2 - z + 1 = 0$
 - (c) $z^2 + (4 - 3i)z + 1 - 5i = 0$
 - (d) $(1 + 2i)z^2 + 3(-1 + 3i)z - (8 + i) = 0$

Exercice 7

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes.

1. $z^2 + z + 1 = 0$
2. $x^2 - (3 + 4i)x - 1 + 5i = 0$

Exercice 8

Trouver deux complexes z_1 et z_2 dont la somme S est $5 - 14i$ et dont le produit P est $-24 - 10i$.