

Mathématiques

Licence 1 - Semestre 2

Exercices d'entraînement

Séries numériques

Énoncés

Exercice 1

Soit x un réel de l'intervalle $]0; 1[$.

1. Déterminer les limites suivantes :

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} x^n$

(b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n x^k$

(c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n kx^k$

(d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n k^2 x^k$

2. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n (3k^2 - 5k + 2) \left(\frac{1}{4}\right)^k$.

Exercice 2

Pour tout entier n , soit $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$.

1. Déterminer les réels a et b tels que $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{a}{k} + \frac{b}{k+1}$.

2. Comparer $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ et $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1}$. En déduire une simplification de S_n .

3. En déduire $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

Exercice 3

A partir de quelle valeur de n , a-t-on $\sum_{k=0}^n \frac{5}{2^k} > 9,99$?

Exercice 4

Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n (4k^2 + 8k - 2) \left(\frac{1}{3}\right)^k$.

Exercice 5

Soit $(x_i)_{i \in \mathbb{N}}$, une suite réelle.

Soit un entier n tel que $\sum_{i=0}^n x_i = 15$ et $\sum_{i=0}^n x_i^2 = 40$.

Déterminer $S = \sum_{i=0}^n (2x_i + 3)^2$.