Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Statistiques

Licence 1 - Semestre 2

Exercices d'entrainement **Dénombrement** **Corrigés**

Correction 1

(a) la 1ère personne a 10 places possibles, la 2ème 9, la 3ème 8, etc donc au total $10\,!$ façons de disposer les personnes.

(b) seule compte la disposition des personnes les unes par rapport aux autres, donc peu importe où se place la 1ère personne : il y a donc $9\,!$ dispositions possibles pour les personnes autour de la table.

Correction 2

1. (a) Il y a 18 livres pour 18 places donc $18\,!$ rangements possibles

   (b) Il y a $4\,!$ façons de disposer les matières les unes par rapport aux autres puis $5\,!$ façons (resp. $4\,!$, $6\,!$, $3\,!$) façons de ranger les uns à côté des autres les livres de maths (resp. de français, d'anglais, de chimie) donc au total : $4\,! \times 5\,! \times 4\,! \times 6\,! \times 3\,!$ possibilités.

   (c) Sur l'étagère, le 1er livre de la série maths peut occuper de la 1ère place à la 14ème, donc 14 choix possibles. Il y a alors $5\,!$ façons de classer les livres de maths les uns à côté des autres. Il reste 13 livres à classer sur les 13 places restantes.
   Soit au total $14 \times 5\,! \times 13\,! = 5\,! \times 14\,!$ rangements possibles.

2. (a) Les $5\,!$ rangements des livres de maths entre eux, donnent en fait le même rangement lorsque les livres sont identiques : il faut donc diviser le résultat par $5\,!$ et de même pour les autres matières soit $\dfrac{18\,!}{5\,!\,4\,!\,6\,!\,3\,!}$.

   (b) De même, on obtient $\dfrac{4\,!\,5\,!\,4\,!\,6\,!\,3\,!}{5\,!\,4\,!\,6\,!\,3\,!} = 4\,!$.
   On aurait pu remarquer que seul intervient le classement des matières.

   (c) De même, $\dfrac{5\,!\,14\,!}{5\,!\,4\,!\,6\,!\,3\,!} = \dfrac{14\,!}{4\,!\,6\,!\,3\,!}$

Correction 3

(a) Il y a un ordre (tirage des cartes l'une après l'autre) mais pas de répétition (sans remise). C'est un arrangement de 5 éléments parmi 32 :
$A_{32}^{5} = \dfrac{32\,!}{(32-5)\,!} = \dfrac{32\,!}{27\,!} = 32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28$
On aurait pu remarquer qu'il y avait 32 possibilités pour la 1ère carte, 31 pour la 2ème, etc

(b) Il y a 32 possibilités pour chaque carte. Le nombre cherché est donc 32^5.

Correction 4

Dans "MATHEMATIQUES", il y a 13 lettres donc, a priori, $13\,!$ mots possibles. Mais il y a deux fois les lettres M, T, A, et E. Il faut donc à chaque fois diviser par $2\,!$.
On obtient donc $\dfrac{13\,!}{4 \times 2\,!}$.
Pour le mot "STATISTIQUES", on utilise le même raisonnement pour trouver $\dfrac{12\,!}{3\,! \times 3\,! \times 2\,!}$.

Correction 5

(a) On choisit 4 personnes parmi les 25.
Il y a $C_{25}^4 = \binom{25}{4}$ choix possibles soit $\dfrac{25\,!}{4\,!\,21\,!} = \dfrac{25 \times 24 \times 23 \times 22}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 12650$.

(b) On choisit 2 hommes parmi les 11 possibles. Pour chacun de ces choix, on choisit 2 femmes parmi les 14. Il y a donc $C_{11}^2 \times C_{14}^2 = \binom{11}{2} \times \binom{14}{2}$ soit $\dfrac{11\,!}{2\,! \times 9\,!} \times \dfrac{14\,!}{2\,! \times 12\,!} = 5005$ choix.

(c) Il suffit de prendre tous les choix de comité possibles auquel on retire les comités où il n'y a pas d'homme c'est-à-dire où il n'y a que des femmes. Ces derniers sont au nombre de $C_{14}^4 = \binom{14}{4} = \dfrac{14\,!}{4\,! \times 10\,!}$ soit $\dfrac{14 \times 13 \times 12 \times 11}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1001$.
On obtient donc $12650 - 1001 = 11649$ choix.

(d) Il suffit de prendre tous les choix de comité possibles auquel on retire les comités où il y a Monsieur X et Madame Y. Ces derniers sont au nombre de $C_{23}^2 = \binom{23}{2} = 253$ (on choisit deux personnes parmi celles qui restent).

On obtient donc $12650 - 253 = 12397$ choix.

Correction 6

1. (a) Il s'agit d'un arrangement de 8 éléments parmi 10. Pour le 1er prospectus, le facteur a 10 choix possibles de boîte aux lettres pour le 2ème prospectus, le facteur a 9 choix possibles de boîte aux lettres, etc soit au total $A_{10}^8 = \dfrac{10\,!}{(10-8)\,!} = 10 \times 9 \times \ldots \times 3$.

   (b) Il s'agit du choix de 8 de boîte aux lettres parmi 10 soit $C_{10}^8 = \binom{10}{8} = \dfrac{10\,!}{8\,!\,(10-8)\,!} =$ 45

2. (a) Pour chacun des 8 prospectus, le facteur a 10 choix possibles de boîte aux lettres donc au total 10^8 distributions possibles.

   (b) Il y a $C_{17}^8 = \binom{17}{8} = \dfrac{17\,!}{8\,!\,(17-8)\,!}$ distributions possibles.