



Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Statistiques

Licence 1 - Semestre 2

Exercices d'entraînement

Probabilités

Corrigés

Correction 1

En notant S (sport), L (lecture) et C (cinéma), on obtient :

- (a) $p(S \cup C) = p(S) + p(C) - p(S \cap C) = 0,45 + 0,20 - 0,10 = 0,55$
- (b) $p(\overline{S} \cap C) = p(C \setminus S) = p(C) - p(C \cap S) = 0,20 - 0,10 = 0,10$
- (c) $p(\overline{S} \cap \overline{C}) = p(\overline{S \cup C}) = 1 - p(S \cup C) = 1 - 0,55 = 0,45$
- (d) $p(S \cap C \cap \overline{L}) = p((S \cap C) \setminus L) = p(S \cap C) - p(S \cap C \cap L) = 0,10 - 0,10 = 0$

Correction 2

Pour chaque dé, il y a 6 résultats possibles, donc au total 6^4 résultats différents et c'est le cardinal de l'univers Ω . Puisque nous sommes dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement F est $\frac{\text{card}(F)}{\text{card}(\Omega)}$.

1. Soit A l'événement : "obtenir un carré".
Il y a 6 choix pour la valeur des 4 dés.
On obtient donc $p(A) = \frac{6}{6^4} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$.
2. Soit B l'événement : "obtenir un brelan".
On choisit 3 dés parmi 4 soit $\binom{4}{3} = 4$ possibilités. Il y a 6 choix pour la valeur des 3 dés identiques et 5 choix pour la valeur du dernier dé.
On obtient donc $p(B) = \frac{4 \times 6 \times 5}{6^4} = \frac{5}{54}$.
3. Soit C l'événement : "obtenir deux paires".
On choisit 2 dés parmi 4 soit $\binom{4}{2} = 6$ possibilités. Il y a 6 choix pour la valeur de la première paire et 5 choix pour la valeur de la deuxième paire.
On obtient donc $p(C) = \frac{6 \times 6 \times 5}{6^4} = \frac{5}{6^2} = \frac{5}{36}$.
4. Soit D l'événement : "obtenir une paire".
On choisit 2 dés parmi 4 soit $\binom{4}{2} = 6$ possibilités. Il y a 6 choix pour la valeur de la paire et 5 choix pour la valeur de l'un des deux autres dés et 4 choix pour le dernier dé.
On obtient donc $p(D) = \frac{6 \times 6 \times 5 \times 4}{6^4} = \frac{5}{9}$.

5. Soit E l'événement : "obtenir une situation banale".

$$p(E) = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{6^4} = \frac{5}{18}.$$

Correction 3

L'énoncé semble sous-entendre que c'est une situation d'équiprobabilité.

Le nombre total de choix que l'on peut faire pour les deux équipes est $\binom{12}{5} \times \binom{15}{5}$.

Si X est sur le terrain, alors pour l'équipe A , il reste à choisir 4 joueurs parmi 11 soit $\binom{11}{4}$.

Si Y est sur le terrain, alors pour l'équipe B , il reste à choisir 4 joueurs parmi 14 soit $\binom{14}{4}$.

La probabilité est donc $\frac{\binom{11}{4} \times \binom{14}{4}}{\binom{12}{5} \times \binom{15}{5}} = \frac{5}{36}$.

Correction 4

1. Il y a $\binom{18}{5}$ comités différents, car on choisit 5 individus parmi 18 (sans ordre ni répétition). On peut raisonnablement considérer que l'on a équiprobabilité. Et donc, pour tout k de $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on a $\text{card}(A_k) = \binom{10}{k} \times \binom{8}{5-k}$. En effet, on choisit k ouvriers parmi les 10 ouvriers et les $(5-k)$ autres parmi les 8 cadres.

$$\text{On a donc } p(A_k) = \frac{\binom{10}{k} \times \binom{8}{5-k}}{\binom{18}{5}}.$$

On obtient :

$$p(A_0) = \frac{1}{153} \quad p(A_1) = \frac{25}{306} \quad p(A_2) = \frac{5}{17} \quad p(A_3) = \frac{20}{51} \quad p(A_4) = \frac{10}{51} \quad p(A_5) = \frac{1}{34}$$

2. On a $\sum_{k=0}^5 p(A_k) = 1$ car la famille $(A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5)$ forme un système complet d'événements. En effet :

- $A_k \neq \emptyset$ pour tout k de $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
- $A_k \cap A_j = \emptyset$ pour tout j, k de $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ avec $j \neq k$ (les A_k sont deux à deux incompatibles).
- $A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 = \Omega$

3. Il y a $\text{card}(A_3) = 3360$ comités avec exactement 3 ouvriers. Parmi ceux-ci, les comités dans lesquels sont à la fois Monsieur X et Madame Y sont au nombre de $\binom{9}{2} \times \binom{7}{1} = 252$.

La probabilité cherchée est donc $\frac{3360 - 252}{\binom{18}{5}}$.

Correction 5

Soit x le nombre de brochets pêché par alain.

Le nombre de gardons pêché par alain est $2x$ et il pêche au total $x + 2x = 3x$ poissons.

Charles pêche au total $3 \times 3x = 9x$ poissons dont $\frac{9x}{2}$ brochets.

Il y a donc eu $x + \frac{9x}{2} = \frac{11x}{2}$ brochets pêchés.

La probabilité cherchée est $= \frac{\frac{9x}{2}}{\frac{11x}{2}} = \frac{9}{11}$.

Correction 6

Le nombre de tirages possibles est $\text{card}(\Omega) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = 84$.

1. (a) $\text{card}(A) = \binom{5}{3} = 10$ donc on a $p(A) = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$.
 (b) $\text{card}(B) = \binom{4}{3} = 4$ donc on a $p(B) = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$.
 (c) $\text{card}(C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) = 14$ donc on a $p(C) = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$.
2. (a) Soit on tire le 1 vert et les deux autres jetons parmi les 7 autres jetons, soit on a le 1 rouge et les deux autres parmi les 7 autres jetons.
 D'où $\text{card}(D) = 2 \times \binom{7}{5} = 42$. Et donc $p(D) = \frac{42}{84} = \frac{1}{2}$.
 (b) Soit on tire le 1 vert et les deux autres jetons parmi les 3 jetons rouges non numérotés 1, soit on a tire le 1 rouge et un jeton vert non numéroté 1 et un autre jeton rouge parmi les 3 autres rouges.
 D'où $\text{card}(E) = \binom{3}{2} + \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 3 + 12 = 15$. Et donc $p(E) = \frac{15}{84} = \frac{5}{28}$.
3. (a) On tire ou 2 jetons 1, 2, 3 ou 4 et un autre parmi les jetons restants.
 D'où $\text{card}(F) = 4 \times \binom{7}{1} = 28$. Et donc $p(F) = \frac{28}{84} = \frac{1}{3}$.
 (b) $G = \overline{F}$ donc $p(G) = 1 - p(F) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.