



Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Statistiques

Licence 1 - Semestre 2

Exercices d'entraînement

Variables aléatoires discrètes

Enoncés

Exercice 1

Dans une urne, il y a 2 boules vertes et 3 rouges, on tire simultanément 3 boules de l'urne. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges parmi les 3 boules tirées.

1. Donner $X(\Omega)$.
2. Déterminer la loi de X .
3. Calculer son espérance mathématiques $E(X)$ et sa variance $V(X)$.

Exercice 2

Une urne contient 6 boules vertes et n boules blanches. Un jeu consiste à tirer simultanément deux boules de l'urne. Si les deux boules sont de la même couleur, le joueur gagne 5 euros, si elles sont de couleurs différentes, le joueur perd 2 euros.

1. Dans cette question on suppose que $n = 3$. Calculer la probabilité d'obtenir :
 - (a) deux boules de même couleur.
 - (b) deux boules de couleurs différentes.
2. Dans cette question n est un entier quelconque supérieur ou égal à 2, et on note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules, associe le gain algébrique du joueur.
 - (a) Exprimer en fonction de n la loi de X .
 - (b) Calculer l'espérance de X , notée $E(X)$.

Exercice 3

On peint les six faces d'un cube de bois d'arête 3 centimètres, en rouge. On le débite, par des traits de scie parallèles aux plans des faces, en 27 petits cubes d'arêtes 1 centimètre.

On place les 27 petits cubes dans une boîte. On tire au hasard un cube de la boîte (les tirages sont équiprobables). Soit X la variable aléatoire réelle égale au nombre total de faces peintes que présentent le cube tiré.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Déterminer la loi de X ?
3. Calculer l'espérance de X .

- Calculer la variance de X

Exercice 4

Une variable aléatoire peut prendre les valeurs 0, 1 et 2.
On sait que $E(X) = 1$ et $V(X) = 0,5$. Déterminer la loi de X .

Exercice 5

Dans un groupe de 11 personnes, il y a 7 hommes et 4 femmes. On en choisit au hasard 5 pour réaliser un sondage. Soit X le nombre de femmes parmi les 5 personnes choisies.

- Donner $X(\Omega)$.
- Déterminer la loi de X .
- Calculer son espérance mathématiques $E(X)$.

Exercice 6

Pour un libraire, le nombre d'exemplaires d'une certaine revue qu'il vend par semaine définit une variable aléatoire X dont l'observation a permis de préciser la loi de probabilité :

x_i	0	1	2	3	4
$p_i = p(X=x_i)$	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1

- Déterminer et représenter la fonction de répartition de X
- Calculer l'espérance et la variance de X
- Chaque exemplaire vendu par le libraire lui rapporte un bénéfice de 4 euros ; par contre, chaque invendu doit être retourné à l'éditeur et entraîne une perte de 1 euro. Sachant que le libraire commande 4 exemplaires chaque semaine, calculer l'espérance de son bénéfice hebdomadaire