

1 Mathématiques

Exercice 1

Soit $(x_i)_{i \in \mathbb{N}}$, une suite réelle et soient a et b deux réels donnés.

Pour tout entier n , on pose : $S_n = \sum_{i=0}^n x_i$, $R_n = \sum_{i=0}^n x_i^2$ et $T_n = \sum_{i=0}^n x_i^3$.

1. Exprimer en fonction de S_n , R_n et T_n les sommes suivantes :

a. $\sum_{i=0}^n (ax_i + b)$ b. $\sum_{i=0}^n (ax_i + b)^2$ c. $\sum_{i=0}^n (ax_i + b)^3$

2. Application : on donne $S_n = 10$, $R_n = 50$ et $T_n = 110$.

Déterminer les sommes suivantes :

a. $\sum_{i=0}^n (4x_i - 5)$ b. $\sum_{i=0}^n (3x_i - 2)^2$ c. $\sum_{i=0}^n (x_i - 3)^3$

Exercice 2

Soit $(x_i)_{i \in \mathbb{N}}$, une suite réelle.

Sachant que $S_{10} = \sum_{i=0}^{10} x_i = 5$ et que $R_{10} = \sum_{i=0}^{10} (2x_i - 1)^2 = 47$, déterminer $T_{10} = \sum_{i=0}^{10} x_i^2$.

Exercice 3

Soit x un réel de l'intervalle $]0; 1[$.

1. Rappeler les limites suivantes :

a. $\lim_{n \rightarrow +\infty} x^n$ b. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n x^k$ c. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n kx^k$ d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n k^2 x^k$

2. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n (5k^2 + 3k - 7) \left(\frac{1}{3}\right)^k$.

2 Probabilités

Exercice 4

Soit une urne contenant une boule blanche et deux boules noires identiques. On effectue deux tirages successifs dans cette urne, la première boule tirée étant remplacée par une boule de l'autre couleur. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires tirées.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer son espérance et sa variance.

Exercice 5

Chaque semaine, Pierre achète un billet de loterie à gratter "Le Gogo" vendu par "La gauloise des divertissements". La probabilité d'être gagnant au Gogo est $p = 0,0000001 = 10^{-7}$. Soit X le nombre de tickets "Le Gogo" que Pierre doit acheter avant de gagner.

1. Déterminer $p(X=1)$, $p(X=2)$, $p(X=3)$.
2. En déduire une formulation de $p(X=k)$ pour $k \in \mathbb{N}^*$.
3. Déterminer $E(X)$. Conclure.
4. Déterminer $V(X)$.

Exercice 6

Vous avez construit vous même votre propre U.L.M. La probabilité que le moteur explose à chaque démarrage est $1/100$. Soit X le nombre de démarrage avant l'explosion du moteur.

1. Donner $X(\Omega)$.
2. De quelle loi usuelle s'agit-il?
3. Donner la loi de probabilité de X .
4. Calculer son espérance et sa variance.
5. Donner la fonction de répartition de X .
6. Vous souhaitez utiliser votre U.L.M. tous les week-ends pendant un an. Quelles sont les chances que cela arrive avant la destruction de votre matériel?