

Probabilités

Licence 2 - Semestre 3

Exercices d'entraînement

Test de comparaison

Corrigés

Correction 1

Pour l'agence parisienne, on a :

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 225 \text{ et } \bar{x}_1 = 18,75.$$

$$\sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 4431 \text{ et } \overline{x_1^2} = 369,25.$$

$$\text{D'où } s_1^2 = 369,25 - 18,75^2 = 17,6875 \text{ et } s_{c1}^2 = \frac{12}{11} \times 17,6875 \approx 19,3.$$

Pour l'agence marseillaise, on a :

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 244 \text{ et } \bar{x}_2 \approx 20,33.$$

$$\sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 5298 \text{ et } \overline{x_2^2} = 441,5.$$

$$\text{D'où } s_2^2 \approx 441,5 - 20,33^2 \approx 28,05 \text{ et } s_{c2}^2 = \frac{12}{11} \times 28,05 \approx 30,6.$$

Puisque $n_1 \leq 30$ ou si $n_2 \leq 30$ et puisque σ_1 et σ_2 sont supposés égaux, on pose :

$$s_{c12}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_{c1}^2 + (n_2 - 1)s_{c2}^2}{n_1 + n_2 - 2} \approx 24,95$$

$$\text{et } t_{calcul} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_{c12}^2}{n_1} + \frac{s_{c12}^2}{n_2}}} \approx \frac{105 - 125}{\sqrt{\frac{1021}{12}}} \approx -0,776$$

Via la table bilatérale de Student avec $d.d.l. = n_1 + n_2 - 2 = 22$, on obtient $t_{critique} = 2,0739$.

Puisque $|t_{cal}| < t_{crit}$, on ne rejette pas l'hypothèse $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ au risque d'erreur α .

Correction 2

On a $\bar{x}_1 = 79$ et $\bar{x}_2 = 75$.

$$\text{De plus, } s_{c1}^2 = \frac{45}{44} \left(\frac{287000}{45} - 79^2 \right) \approx 140 \text{ et } s_{c2}^2 = \frac{42}{41} \left(\frac{245600}{42} - 75^2 \right) \approx 228.$$

$$\text{D'où } z_{calcul} \approx \frac{79 - 75}{\sqrt{\frac{140}{45} + \frac{228}{42}}} \approx 1,37.$$

Puisque $|z_{calcul}| < z_{critique} = 1,65$, on ne rejette pas l'hypothèse $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ au seuil α .

Correction 3

On suppose $X_1 \sim \mathcal{B}(p_1)$ et $X_2 \sim \mathcal{B}(p_2)$

On a bien que $n_1 f_1 = 16$, $n_1(1 - f_1) = 109$, $n_2 f_2 = 18$ et $n_2(1 - f_2) = 197$ sont tous plus grand que 5.

On a $f_1 = \frac{16}{125} = 0,128 = 12,8\%$ et $f_2 = \frac{18}{215} \approx 0,084 = 8,4\%$

On pose $f = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2} = \frac{16 + 18}{125 + 215} = \frac{34}{340} = 0,1 = 10\%$.

Et $z_{calcul} = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \approx 1,3122$.

De plus, $z_{critique} = 2,58$

Puisque $|z_{calcul}| < z_{critique}$, on ne rejette pas l'hypothèse $H_0 : p_1 = p_2$ au risque d'erreur α .