# Université de Picardie Jules Verne

*UFR d'économie et de gestion*

# Probabilités

**Licence 2 - Semestre 3**

**Exercices d'entrainement** **Test de conformité** **Corrigés**

---

## Correction 1

1. (a) $\overline{x} = E(x) = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{10}}{10} = \dfrac{260}{10} = 26$

   $s^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2 = \dfrac{25^2 + 28^2 + \ldots + 23^2}{10} - 26^2 = \dfrac{6794}{10} - 26^2 = 3,4$

   $s_c^2 = \dfrac{34}{9} \approx 3,78$

   (b) Pour $c = 95\% = 0,95$, on a $\alpha = 0,05$ et $t_\alpha = 2,2622$.

   D'où $d_\alpha = t_\alpha \times \dfrac{s}{\sqrt{n-1}} = 2,2622 \times \dfrac{\sqrt{3,4}}{3} \approx 0,61$.

   Et $I_c = [26 - 0,61; 26 + 0,61] = [25,39\,;\, 26,61]$.

   (c) On a $\dfrac{\alpha}{2} = 0,025$ et $\chi^2_{\text{sup}} = 19,023$, $1 - \dfrac{\alpha}{2} = 0,975$ et $\chi^2_{\text{inf}} = 2,7$.

   $I_c = \left[\dfrac{n}{\chi^2_{\text{sup}}} s^2 ; \dfrac{n}{\chi^2_{\text{inf}}} s^2\right] = \left[\dfrac{10 \times 3,4}{19,023} ; \dfrac{10 \times 3,4}{2,7}\right] \approx [1,8\,;\, 12,6]$.

2. $25,5 \in [25,39\,;\, 26,61]$ et $3^2 = 9 \in [1,8\,;\, 12,6]$.

   Oui, on peut estimer que les candidats respectent cette règle à un niveau de confiance de 95%?

## Correction 2

1. (a) On a $s_c = 1,2 \times \sqrt{\dfrac{20}{19}} \approx 1,23$.

   On pose $t_{cal} = \dfrac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s_c} \approx \dfrac{1 \times \sqrt{20}}{1,23} \approx 3,63$

   $t_{crit}$ est lu dans la table bilatérale de Student avec $d.d.l. = n - 1 = 19$ et $\alpha = 0,05$ soit ici $t_{crit} = 2,093$.

   Puisque $|t_{cal}| > t_{crit}$, on rejette l'hypothèse $H_0 : \mu = \mu_0$ au risque d'erreur $\alpha$.
   On accepte donc l'hypothèse alternative bilatérale $H_1 : \mu \neq \mu_0$.

   (b) On cherche un intervalle de confiance de $\sigma_2$

On a $\sigma^2 \in I_c = \left[\frac{n-1}{\chi^2_{\text{sup}}} s_c^2 ; \frac{n-1}{\chi^2_{\text{inf}}} s_c^2\right]$ où $\chi^2_{\text{sup}}$ est lu dans la table du $\chi^2$ avec $1 - \frac{\alpha}{2}$ et $n-1$ et $\chi^2_{\text{inf}}$ lu dans la table du $\chi^2$ avec $\frac{\alpha}{2}$ et $n-1$

Ici, $\chi^2_{\text{inf}} = 8,907$ et $\chi^2_{\text{sup}} = 32,852$.

De plus, $s_c^2 \approx 1,516$.

D'où $I_c = [0,877\,;\,3,234]$

Puisque $\sigma_0^2 = 4,5^2 = 20,25 \notin I_c$, on rejette l'hypothèse nulle $H_0 : \sigma = \sigma_0$

2. (a) On a $s_c = 3,2 \times \sqrt{\frac{60}{59}} \approx 3,23$.

   On pose $z_{cal} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s_c} \approx \frac{0,8 \times \sqrt{60}}{3,23} \approx 1,92$

   On a $z_{crit} = 1,96$.

   Puisque $|z_{cal}| < z_{crit}$, on ne rejette pas l'hypothèse $H_0 : \mu = \mu_0$ au risque d'erreur $\alpha$.

   (b) On cherche un intervalle de confiance de $\sigma_2$

   On a $\sigma^2 \in I_c = \left[\frac{n-1}{\chi^2_{\text{sup}}} s_c^2 ; \frac{n-1}{\chi^2_{\text{inf}}} s_c^2\right]$ où $\chi^2_{\text{sup}}$ est lu dans la table du $\chi^2$ avec $1 - \frac{\alpha}{2}$ et $n-1$ et $\chi^2_{\text{inf}}$ lu dans la table du $\chi^2$ avec $\frac{\alpha}{2}$ et $n-1$

   Ici, $\chi^2_{\text{inf}} \approx 40$ et $\chi^2_{\text{sup}} \approx 83$.

   De plus, $s_c^2 \approx 10,41$.

   D'où $I_c = [7,4\,;\,15,35]$

   Puisque $\sigma_0^2 = 4,5^2 = 20,25 \notin I_c$, on rejette l'hypothèse nulle $H_0 : \sigma = \sigma_0$

**Correction 3**

On prend $\alpha = 0,05$ et on a $n = 12 \times 8 = 96$ et $s_c = 3 \times \sqrt{\frac{96}{95}} \approx 3,02$

(a) On pose $z_{cal} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s_c} \approx \frac{(10-11) \times \sqrt{96}}{3,02} \approx -3,24$.

On a $z_{crit} = 1,96$.

Puisque $|z_{cal}| > z_{crit}$, on rejette l'hypothèse $H_0 : \mu = \mu_0$ au risque d'erreur $\alpha$.

(b) On cherche un intervalle de confiance de $\sigma_2$

On a $\sigma^2 \in I_c = \left[\frac{n-1}{\chi^2_{\text{sup}}} s_c^2 ; \frac{n-1}{\chi^2_{\text{inf}}} s_c^2\right]$ où $\chi^2_{\text{sup}}$ est lu dans la table du $\chi^2$ avec $1 - \frac{\alpha}{2}$ et $n-1$ et $\chi^2_{\text{inf}}$ lu dans la table du $\chi^2$ avec $\frac{\alpha}{2}$ et $n-1$

Par interpolation linéaire, on obtient $\chi^2_{\text{inf}} \approx 65,647 + 0,6 \times (74,222 - 65,647) \approx 70,8$.

et $\chi^2_{\text{sup}} \approx 118,136 + 0,6 \times (129,561 - 118,36) \approx 124,86$.

De plus, $s_c^2 \approx 9,09$.

D'où $I_c = [6,9\,;\,12,2]$

Puisque $\sigma_0^2 = 10 \in I_c$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle $H_0 : \sigma = \sigma_0$.

### Correction 4

Le nombre d'interventions quotidiennes suit une loi normale de paramètres $\mu$ et $\sigma$ inconnus.
L'hypothèse nulle est $H_0 : \mu = \mu_0$ et $H_1 = \overline{H_0}$.
$\overline{x} = \dfrac{540}{18} = 30$ et $\overline{x^2} = \dfrac{16892}{18} \approx 938,4$
$s^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2 \approx 938,4 - 30^2 \approx 38,4$, $s_c^2 = \dfrac{18}{17} \times 38,4 \approx 40,7$ et $s_c \approx 6,38$.
Puisque $n = 18 < 30$ et $\mu_0 = 32$, on a $t_{cal} = \dfrac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s_c} \approx -1,33$.
$t_{crit}$ est lu dans la table bilatérale de Student avec $d.d.l. = n - 1 = 17$ et $\alpha = 0,05$ soit ici $t_{crit} = 2,1098$.
Puisque $|t_{cal}| < t_{crit}$, on ne rejette pas l'hypothèse $H_0$ au risque d'erreur $\alpha$.

### Correction 5

On prend $\alpha = 0,05$.
On a $p_0 = 0,07$ et $f = \dfrac{97}{1245} \approx 0,078$. On pose $z_{cal} = \dfrac{0,07 - 0,078}{\sqrt{\dfrac{0,078(1 - 0,078)}{1245}}} \approx 1,05$.
Puisque $z_{cri} = 1,96$, on a $|z_{cal}| < z_{crit}$, on ne rejette pas l'hypothèse $H_0 : p = p_0$ au risque d'erreur $\alpha$.

### Correction 6

Il s'agit de tests de conformité. On a donc $H_0 : p = p_0$ et $H_1 : p \neq p_0$.
De plus, on prend $\alpha = 0,05$ et donc on obtient $z_{critique} = z_\alpha = 1,96$.

*Mattamor :*
$f = 0,275$ et $z_{calcul} \approx -2,22$
Puisque $|z_{calcul}| > z_{critique}$, on rejette $H_0$ au seuil de 5%.

*Hableur :*
$f = 0,19$ et $z_{calcul} \approx -1,34$
Puisque $|z_{calcul}| < z_{critique}$, on ne rejette pas $H_0$ au seuil de 5%.