Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Mathématiques - Probabilités

Licence 2

TD 4 **Enoncés** **Semestre 3**

---

1 Mathématiques

Exercice 1

Soit le s.e.v. $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - 2y + z = 0\}$ de $\mathbb{R}^3$.

1. Donner une base de D. En déduire $\dim D$.
2. Trouver une autre base de D.

Exercice 2

Soient $u_1 = (2; 0; 1)$ et $u_2 = (-1; 1; 1)$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^3$.
Soient $F = \text{Vect}(u_1, u_2)$ et $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = x \text{ et } z = 0\}$.

1. Déterminer $\dim F$, $\dim G$ et $\dim(F \cap G)$.
2. En déduire que $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$.

Exercice 3

Soit f l'application linéaire de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ définie par :
$\forall u = (x, y) \in \mathbb{R}^2$, $f(u) = (x - y, 3x + y)$.

1. Déterminer $\text{Ker}(f)$ et $\text{Im}(f)$.
2. L'application f est-elle bijective?
3. Soient $e_1 = (1, 0)$ et $e_2 = (0, 1)$.
   (a) Déterminer les images de e_1 et e_2 par f.
   (b) Donner $M_{(e)}(f)$.
4. Soient $b_1 = (1, -1)$ et $b_2 = (-2, 3)$.
   (a) Montrer que $(b) = (b_1, b_2)$ est une base de $\mathbb{R}^2$.
   (b) Déterminer les images de b_1 et b_2 par f et donner $M_{(b),(e)}(f)$.

2 Probabilités

Exercice 4

Le nombre de véhicules flashés par heure par le radar de feu d'un carrefour suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 1$.
Sur une période de 5 jours, quelle est la probabilité d'avoir :

i. 135 véhicules flashés ou moins?

ii. 150 véhicules flashés ou plus?

iii. de 100 à 150 véhicules flashés?

Exercice 5

En France, on compte 2 150 000 P.M.E. de moins de 10 salariés, parmi lesquelles, 4% comptent moins de 2 salariés.
On sélectionne 15 000 P.M.E. parmi ces 2 150 000 et on note X le nombre de ces P.M.E. qui ont moins de 2 salariés.

1. Donner la loi de X.
2. Déterminer $E(X)$ et $V(X)$
3. Par quelle(s) loi(s) peut-on approximer X?
4. Déterminer
   (a) $P(X < 552)$.
   (b) $P(X > 672)$.
   (c) $P(X \leq 672)_{|X \geq 552}$.