# Université de Picardie Jules Verne

***UFR d'économie et de gestion***

# Mathématiques - Probabilités

**Licence 2**

**TD 5** **Enoncés** **Semestre 3**

---

## 1 Mathématiques

**Exercice 1**

Déterminer $P[M]$ dans les cas suivants :

(i) $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ et $P = X^3 + X^2 + X + 1$

(ii) $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ et $P = X^2 - 9X + 18$

(iii) $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ et $P = X^2 + 2$.

**Exercice 2**

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ et soit $U = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ identifié à $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
Dans les cas suivants, résoudre l'équation $AU = \lambda U$ et vérifier que l'ensemble des solutions est un s.e.v. de $\mathbb{R}^3$ :

(i) $\lambda = 4$

(ii) $\lambda = 2$

# 2 Probabilités

### Exercice 3

On s'intéresse au poids $p$ d'une pièce produite par une machine, on suppose que celui-ci suit une loi normale de paramètres $\mu$ et $\sigma$ inconnus.

A. Sur dix relevés de poids (en grammes), on note :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $p_1 = 52$ | $p_2 = 49$ | $p_3 = 51$ | $p_4 = 50$ | $p_5 = 51$ |
| $p_6 = 45$ | $p_7 = 52$ | $p_8 = 50$ | $p_9 = 49$ | $p_{10} = 51$ |

1. Donner une estimation ponctuelle de $\mu$ et de $\sigma^2$ avec et sans biais.
2. Donner un intervalle de confiance de $\mu$ à 95%.
3. Si on suppose que $\sigma^2 = 4$, donner un intervalle de confiance de $\mu$ à 95%.
4. Donner un intervalle de confiance de $\sigma^2$ à 95%.

B. Sur 100 relevés de poids, on obtient : $\sum_{i=1}^{100} p_i = 5100$ et $\sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 260490$.

1. Donner une estimation ponctuelle de $\mu$ et de $\sigma^2$ sans biais.
2. Donner un intervalle de confiance de $\mu$ à 99%.
3. Donner un intervalle de confiance de $\sigma^2$ à 95%.