Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Mathématiques - Probabilités

Licence 2

TD 6 **Enoncés** **Semestre 3**

---

1 Mathématiques

Exercice 1

Soit $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 6 & 3 & -2 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer le polynôme caractéristique de A.

   On pourra utiliser $L_1 \leftarrow L_1 + L_2$ dans $\det(A - XI_3)$.

2. En utilisant le théorème de Cayley-Hamilton, donner A^{-1} comme polynôme en A.

Exercice 2

Soit $M = \begin{pmatrix} 12 & -12 & -10 \\ 14 & -14 & -10 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer le polynôme caractéristique de M et le factoriser.

2. La matrice M est-elle inversible?

Exercice 3

Donner les valeurs propres de la matrice $A = \begin{pmatrix} 6 & 12 & -12 \\ 4 & 15 & -14 \\ 5 & 16 & -15 \end{pmatrix}$.

On pourra utiliser $C_3 \leftarrow C_3 + C_2$ dans $\det(A - XI_3)$.

2 Probabilités

Exercice 4

Deux sondeurs interrogent des couples sur leur nombre d'enfants. Sur les 120 couples interrogés par le premier, 42 ont deux enfants. Sur les 180 couples interrogés par le deuxième (différents du premier), 72 ont deux enfants.

En supposant que les résultats suivent une loi normale, donner un intervalle de confiance à 95% de la proportion p des couples ayant deux enfants :

i. en utilisant uniquement les résultats obtenus par le premier sondeur.

ii. en utilisant uniquement les résultats obtenus par le deuxième sondeur.

iii. en utilisant l'ensemble des résultats.

Exercice 5

Une entreprise possède 15 machines identiques. Le poids X des objets produits par ce type de machine suit une loi normale de moyenne $\mu_0 = 200$ grammes.

1. On a un doute sur le fonctionnement de l'une des machines.

   On prélève un échantillon de 100 objets de sa production en fin de journée pour vérifier s'il y aurait un soucis avec celle-ci.

   On relève les informations suivantes : $\sum_{i=1}^{100} x_i = 21000$ et $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 4438900$.

   Peut-on conclure au seuil de 5% que la production de la machine en question est correcte?

2. Après la révision mensuelle, on effectue à nouveau des mesures sur un échantillon de 10 objets de la machine douteuse.

   On relève les informations suivantes : $\sum_{i=1}^{10} x_i = 1900$ et $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 362210$.

   Peut-on conclure au seuil de 1% que la révision de la machine en question a été correctement effectuée?