Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Mathématiques - Probabilités

Licence 2

TD 10 **Enoncés** **Semestre 3**

---

1 Mathématiques

Exercice 1

Soit la matrice réelle $A = \begin{pmatrix} 67 & -105 & 35 \\ 14 & -24 & 7 \\ -84 & 126 & -45 \end{pmatrix}$.

1. Donner le spectre de A (on pourra utiliser $L_3 \leftarrow L_1 + L_2 + L_3$ dans $\det(A - XI_3)$).
2. Donner une base pour chacun des espaces propres.
3. Calculer A^n.
4. Soient $(u_n)_{n\geq 0}$, $(v_n)_{n\geq 0}$ et $(w_n)_{n\geq 0}$ trois suites de $\mathbb{R}$ vérifiant $u_0 = 1$, $v_0 = 0$ et $w_0 = -1$.

   On suppose de plus que $\begin{cases} u_{n+1} = 67u_n - 105v_n + 35w_n \\ v_{n+1} = 14u_n - 24v_n + 7w_n \\ w_{n+1} = -84u_n + 126v_n - 45w_n \end{cases}$.

   Déterminer u_n, v_n et w_n en fonction de n.
5. Résoudre le système différentiel suivant :

   $\begin{cases} x_1' = 67x_1 - 105x_2 + 35x_3 \\ x_2' = 14x_1 - 24x_2 + 7x_3 \\ x_3' = -84x_1 + 126x_2 - 45x_3 \end{cases}$.

2 Probabilités

Exercice 2

On a effectué le croisement de balsamines blanches avec des balsamines pourpres. En première génération les fleurs sont toutes pourpres. En deuxième génération, on obtient quatre catégories avec les effectifs suivants :

Couleurs	pourpre	rose	blanc lavande	blanc
Effectifs	1790	547	548	213

Peut-on accepter l'hypothèse de répartition mendélienne $\left(\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16}\right)$?

Exercice 3

Dans une usine de production, on a dénombré pendant deux mois, soit 50 jours d'activité, le nombre de pannes quotidiennes. On a consigné les résultats dans le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4
n_i	21	18	7	3	1

où n_i est le nombre de jours où l'on a observé x_i pannes.

1. Calculer la moyenne et la variance de cette distribution.
2. Tester l'ajustement à cette distribution d'une loi de Poisson.