



Université de Picardie Jules Verne
UFR d'économie et de gestion

Mathématiques - Probabilités

Licence 2

TD 9

Enoncés

Semestre 4

1 Mathématiques

Exercice 1

Résoudre les équations différentielles suivantes sur l'intervalle I donné :

- i. $x.y'(x) - 2.y(x) = 0$ sur $I =]0; +\infty[$.
- ii. $x^2.y'(x) - 2.y(x) = 0$ sur $I =]0; +\infty[$.
- iii. $(x^2 + 1).y'(x) + 2x.y(x) = 0$ sur $I = \mathbb{R}$.
- iv. $(1 - x^2).y'(x) + x.y(x) = 0$ sur $I =]1; +\infty[$.

Exercice 2

- 1. Résoudre l'équation différentielle $x.y'(x) - 2.y(x) + 3 = x^2$ sur $I =]0; +\infty[$.
- 2. Résoudre l'équation différentielle $x^2.y'(x) + (1 - 2x).y(x) = x^2$ sur $I =]0; +\infty[$.

2 Probabilités

Exercice 3

Soit X une v.a.r. dont la fonction de répartition est la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{3x}{4} & \text{si } x \in]0; 1] \\ -\frac{x^2}{4} + x & \text{si } x \in]1; 2] \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Montrer que X est une variable à densité et en donner une densité.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} ax(1-x) & \text{si } x \in]0; 1[\\ 0 & \text{si } x \in]-\infty, 0] \cup [1; +\infty[\end{cases}$.

1. Déterminer la valeur du réel a pour que f soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire X .
2. Déterminer F la fonction de répartition de X .
3. Calculer $E(X)$ l'espérance et $V(X)$ la variance de X .