



Université de Picardie Jules Verne  
*UFR d'économie et de gestion*

# Mathématiques - Probabilités

Licence 2

TD 10

Enoncés

Semestre 4

---

## 1 Mathématiques

### Exercice 1

Résoudre l'équation différentielle  $y'' - 5y' + 4y = 0$  avec les conditions initiales  $y_0(0) = 2$  et  $y'_0(0) = -1$

### Exercice 2

Résoudre l'équation différentielle  $y'' - 6y' + 9y = 0$  avec les conditions initiales  $y_0(0) = 1$  et  $y'_0(0) = 2$

### Exercice 3

Résoudre l'équation différentielle  $y'' + 3y' - 4y = 4x + 5$  avec les conditions initiales  $y_0(0) = 1$  et  $y'_0(0) = -3$

### Exercice 4

Résoudre l'équation différentielle  $y'' - 2y' - 3y = xe^{3x}$ .

## 2 Probabilités

### Exercice 5

Soit  $X$  une v.a.r. dont la densité est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \in ]-\infty; 0[ \\ 1 - \frac{1}{e^5} & \text{si } t \in [0, 1] \\ \frac{5}{e^{5t}} = 5e^{-5t} & \text{si } t \in ]1; +\infty[ \end{cases} .$$

1. Déterminer  $F$  la fonction de répartition de  $X$ .
2. Vérifier que  $\int_{\mathbb{R}} f(t) dt = 1$ .
3. Calculer  $E(X)$  l'espérance de  $X$ .

### Exercice 6

Une entreprise estime que la demande en milliers d'unités par mois concernant l'un des articles qu'elle produit est une variable aléatoire continue  $D$  dont la densité est la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  par :

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 2 & \text{si } x \in \left[0; \frac{1}{3}\right[ \\ 1 & \text{si } x \in \left[\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right] \\ -3x + 3 & \text{si } x \in \left[\frac{2}{3}; 1\right[ \\ 0 & \text{si } x \in [1; +\infty[ \end{cases} .$$

1. Déterminer  $F$  la fonction de répartition de  $D$ .
2. Quelle est la probabilité que la demande d'un mois soit :
  - (a) inférieure à 500 unités?
  - (b) comprise entre 200 et 600 unités?
  - (c) supérieure à 1000 unités?
3. Déterminer le nombre  $d$  d'unités tel que  $P(D < d) = 0,5$ . Que représente  $d$ ?