

# Séries chronologiques

F. Wlazinski

Licence d'économie

## 1 Modèles

### Définition 1.1

On appelle *série chronologique* ou *série temporelle*, toute série statistique à deux variables dont la première est le temps. La seconde variable est celle étudiée en fonction du temps.

### Exemple 1.2

On considère la consommation (en m<sup>3</sup>) bimestrielle de gaz d'un ménage sur la période 2014-2017. Cette série chronologique sera utilisée dans d'autres exemples de ce cours. Les données la concernant sont fournies par le tableau suivant.

	2014	2015	2016	2017
Janvier	250	260	240	270
Mars	200	190	200	210
Mai	160	170	170	150
Juillet	120	120	110	130
Septembre	140	150	140	120
Novembre	210	200	210	190

### Remarques 1.3

- On supposera dans la suite de ce cours que les dates sont équidistantes. On utilise alors une notation simplifiée pour la première variable de la série chronologique. En effet, ce qui importe n'est pas la valeur du jour, du mois ou de l'année mais son rang dans la série. La première variable d'une série chronologique sera donc pour nous toujours  $T = (t_i)_{i=1,n} = \llbracket 1; n \rrbracket$  où  $n$  est l'effectif de la série.
- En général, on joint les points du nuage par des segments de droite dans l'ordre des dates croissantes. La courbe obtenue présente souvent des phénomènes périodiques.
- On étudie ce phénomène en mettant en évidence trois composantes fondamentales de cette série, la superposition de ces trois composantes permet de restituer de façon simplifiée la série observée, on choisit alors un modèle (additif ou multiplicatif) rendant compte du comportement de la série chronologique, dans le but de prévoir le futur (proche).

### Définition 1.4

On appelle *mouvement de longue durée* ou *trend*, la tendance générale de croissance ou décroissance du phénomène étudié.

### Remarque 1.5

### Principe

## 2 Lissage

### Définition 2.1

Soient  $k \geq 2$  un entier,  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  et  $T = (1, 2, \dots, n)$  tels que  $(T, X)$  soit une série chronologique. La série des *moyennes mobiles centrées* d'ordre  $k$  notée  $MMC_k$  est la série obtenue à partir de  $X$  de la façon suivante :

(i) Si  $k$  est impaire, alors on pose  $d = \frac{k-1}{2}$  et, pour tout  $1+d \leq i \leq n-d$ , on remplace  $x_i$  par :

$$\frac{x_{i-d} + \dots + x_i + \dots + x_{i+d}}{k}$$

(ii) Si  $k$  est paire, alors on pose  $d = \frac{k}{2}$  et, pour tout  $1+d \leq i \leq n-d$ , on remplace  $x_i$  par :

$$\frac{\frac{1}{2}x_{i-d} + x_{i-d+1} + \dots + x_i + \dots + x_{i+d-1} + \frac{1}{2}x_{i+d}}{k}$$

### Remarque 2.2

### Exemple 2.3

On reprend l'exemple 1.2 avec  $k = 3$ .

	2014	2015	2016	2017
Janvier	250	260	240	270
Mars	200	190	200	210
Mai	160	170	170	150
Juillet	120	120	110	130
Septembre	140	150	140	120
Novembre	210	200	210	190

On reprend l'exemple 1.2 avec  $k = 6$ .

	2014	2015	2016	2017
Janvier	250	260	240	270
Mars	200	190	200	210
Mai	160	170	170	150
Juillet	120	120	110	130
Septembre	140	150	140	120
Novembre	210	200	210	190

## 3 Modèle additif

### Définition 3.1

Les *écarts saisonniers* sont les moyennes par période des différences entre la série  $X$  et la série  $MMC$  aux moyennes déterminées précédemment.

Les écarts *normalisés* ou écarts *moyens corrigés* sont obtenus en soustrayant aux écarts saisonniers leur moyenne.

**Remarque 3.2**

Les écarts normalisés sont donc de moyenne nulle.

**Exemple 3.3**

On reprend l'exemple 1.2 avec  $k = 6$ .

	2014	2015	2016	2017	écarts saisonniers	écarts normalisés
Janvier						
Mars						
Mai						
Juillet						
Septembre						
Novembre						

**Définition 3.4**

La *série corrigée des variations saisonnières* (C.V.S.) s'obtient en soustrayant à la série chronologique initiale les écarts normalisés correspondant à la période.

**Exemple 3.5**

Toujours avec l'exemple 1.2 avec  $k = 6$ .

	2014	2015	2016	2017
Janvier				
Mars				
Mai				
Juillet				
Septembre				
Novembre				

	2014	2015	2016	2017	Estimations par la droite	Corrections saisonniers	Estimations 2018
Janvier	250	260	240	270			
Mars	200	190	200	210			
Mai	160	170	170	150			
Juillet	120	120	110	130			
Septembre	140	150	140	120			
Novembre	210	200	210	190			

## 4 Modèle multiplicatif

### Définition 4.1

Les *coefficients saisonniers* sont les moyennes arithmétiques par période des quotients entre la série  $X$  et la série  $MMC$  aux moyennes déterminées précédemment.

Les coefficients *normalisés* ou coefficients *moyens corrigés* sont obtenus en divisant coefficients saisonniers leur moyenne arithmétique.

### Remarque 4.2

Les coefficients normalisés sont donc de moyenne arithmétique égale à 1.

### Exemple 4.3

On reprend l'exemple 1.2 avec  $k = 6$ .

	2014	2015	2016	2017	écarts saisonniers	écarts normalisés
Janvier						
Mars						
Mai						
Juillet						
Septembre						
Novembre						

### Définition 4.4

La *série corrigée des variations saisonnières* (C.V.S.) s'obtient en divisant la série chronologique initiale par les coefficients normalisés correspondant à la période.

### Exemple 4.5

Toujours avec l'exemple 1.2 avec  $k = 6$ .

	2014	2015	2016	2017
Janvier				
Mars				
Mai				
Juillet				
Septembre				
Novembre				

	2014	2015	2016	2017	Estimations par la droite	Corrections saisonnieres	Estimations 2018
Janvier	250	260	240	270			
Mars	200	190	200	210			
Mai	160	170	170	150			
Juillet	120	120	110	130			
Septembre	140	150	140	120			
Novembre	210	200	210	190			